貯蔵弾性率等の説明

Kouichi KAJISAKI

UNIUS PAT. ATTORNEYS OFFICE

2013.7.18

なぜだろう

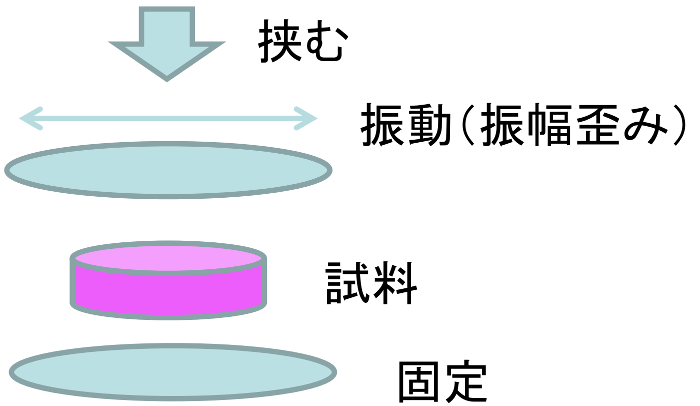
・物性なのに、なぜ複素数が出てくるの？

・虚数部分をどうやって計るの？

・力学にどうして角度（tanδ）が出てくるの？

・解説を読んでも、イマイチ分からない。

粘弾性の測定方法（イメージ）

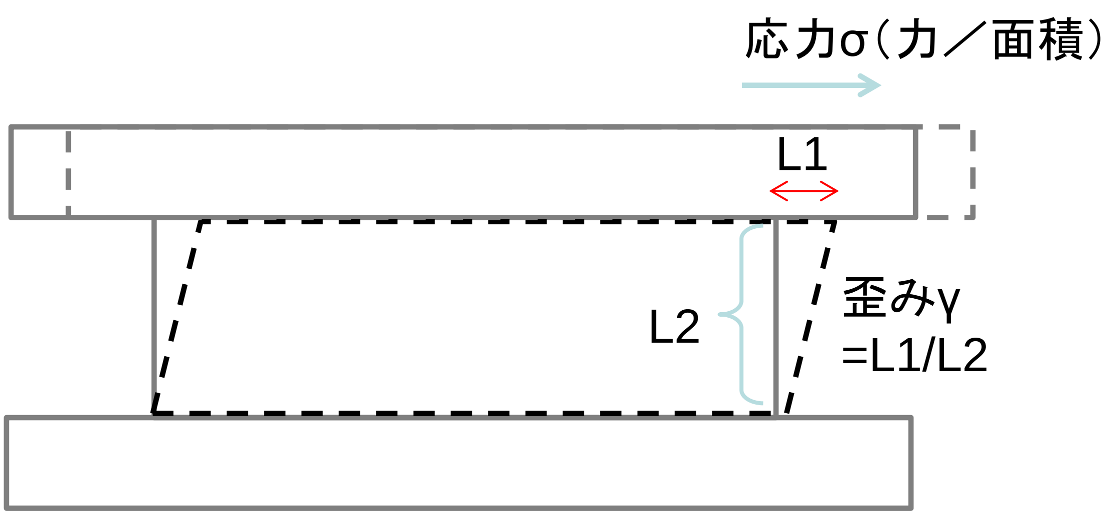


引張（たて）弾性率（ヤング率）

応力σ＝引張弾性率E × 歪みγ

$$\frac{\text{応力}\sigma}{\text{歪み}\gamma} = \text{引張弾性率E}$$

弾性体の場合

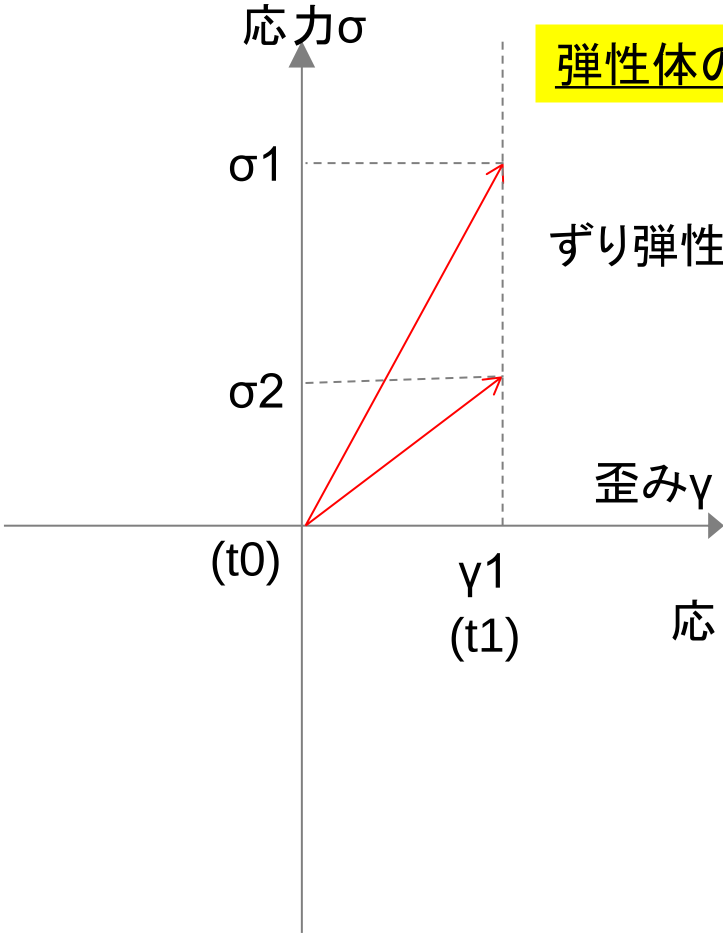


ずり（よこ、剪断）弾性率

応力σ＝ずり弾性率G × 歪みγ
(MPa) (MPa) (－)

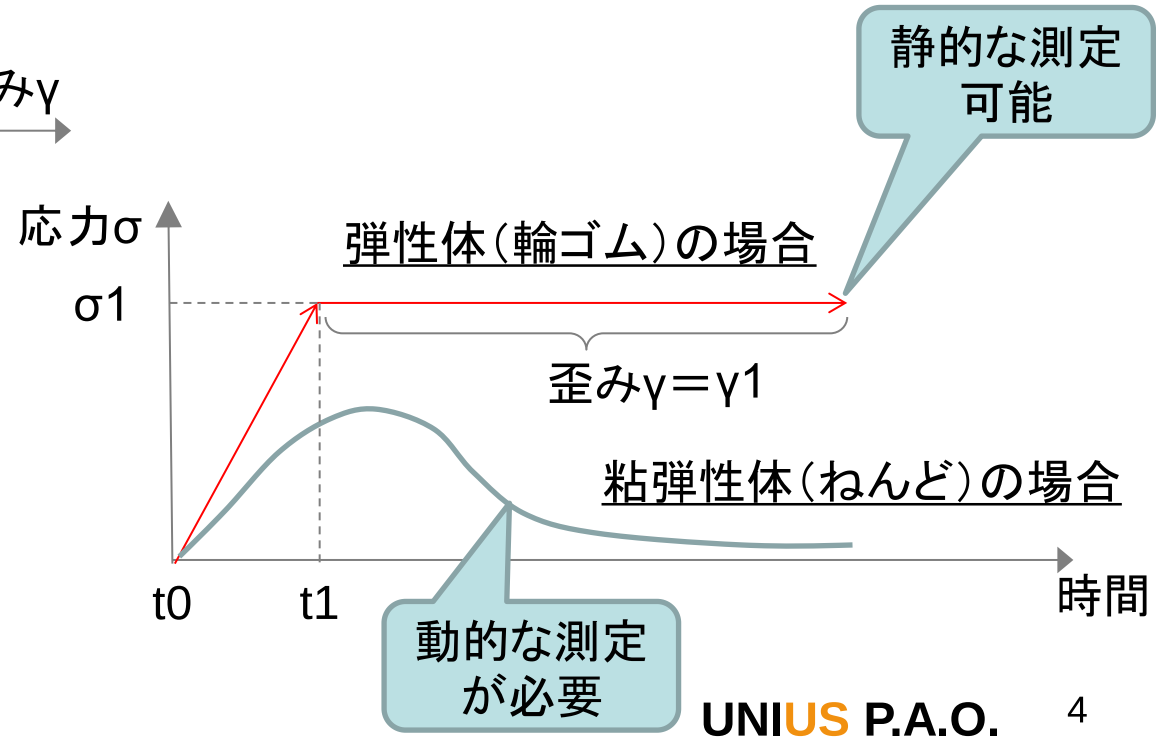
$$\frac{\text{応力}\sigma}{\text{歪み}\gamma} = \text{ずり弾性率G}$$

応力・歪みと時間の関係

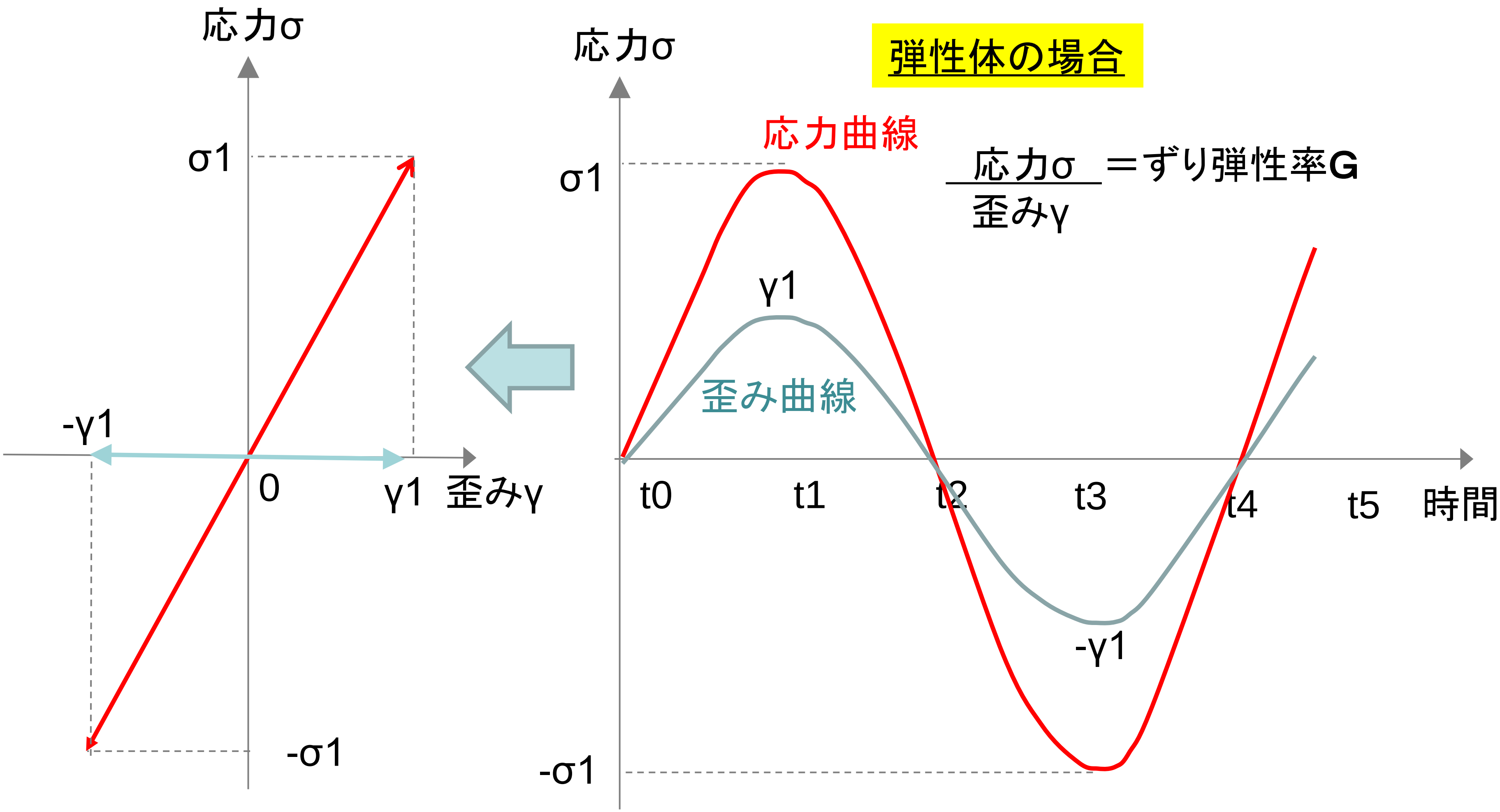


弾性体の場合

$$\text{ずり弾性率G} = \begin{cases} \dfrac{\sigma 1}{\gamma 1} & \text{（硬い）} \\[2ex] \dfrac{\sigma 2}{\gamma 1} & \text{（軟らかい）} \end{cases}$$



歪みをサイン波で与えた場合（弾性体）

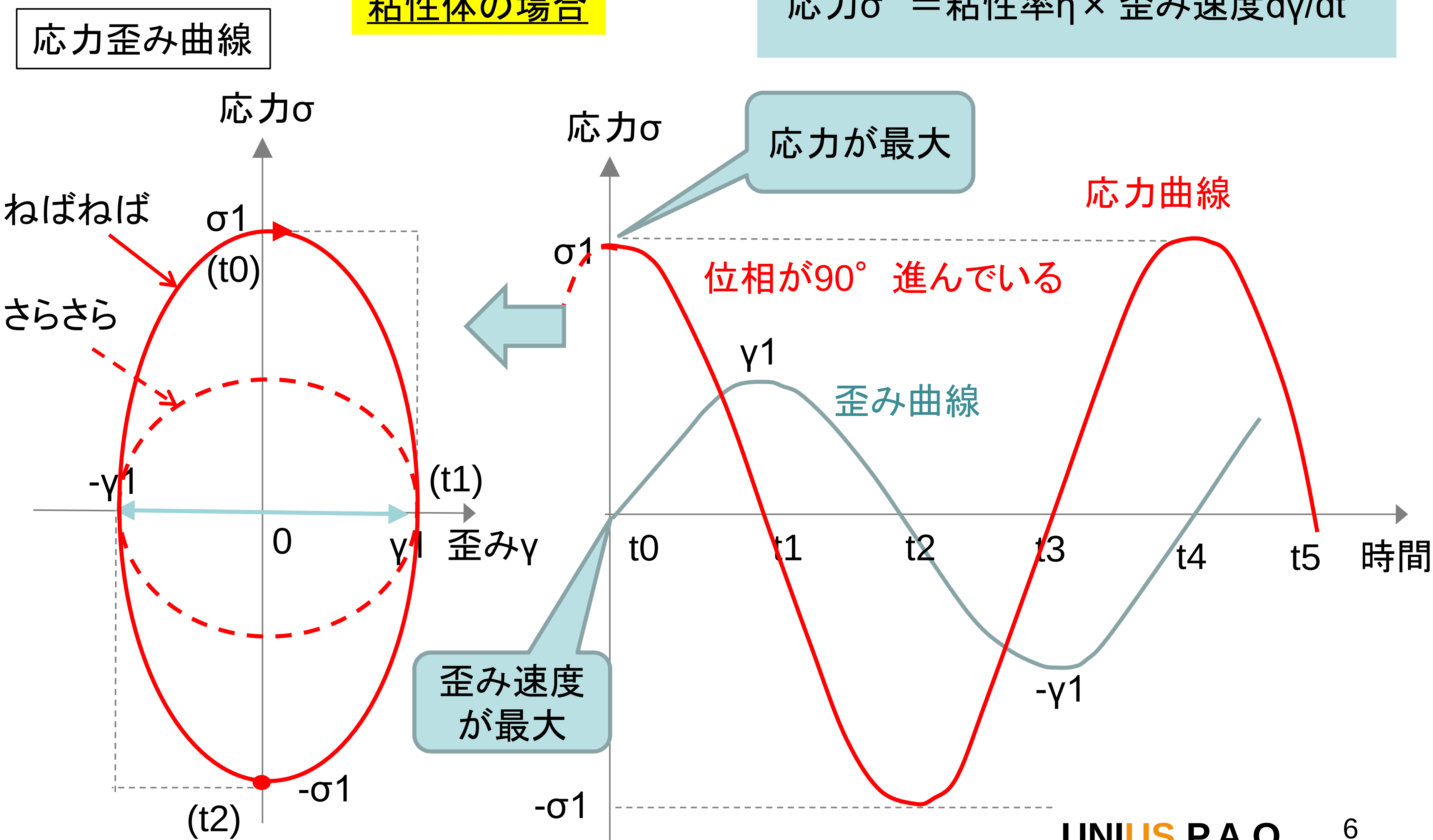


応力歪み曲線

歪みをサイン波で与えた場合（粘性体）

粘性体の場合

応力σ　＝粘性率η× 歪み速度dγ/dt

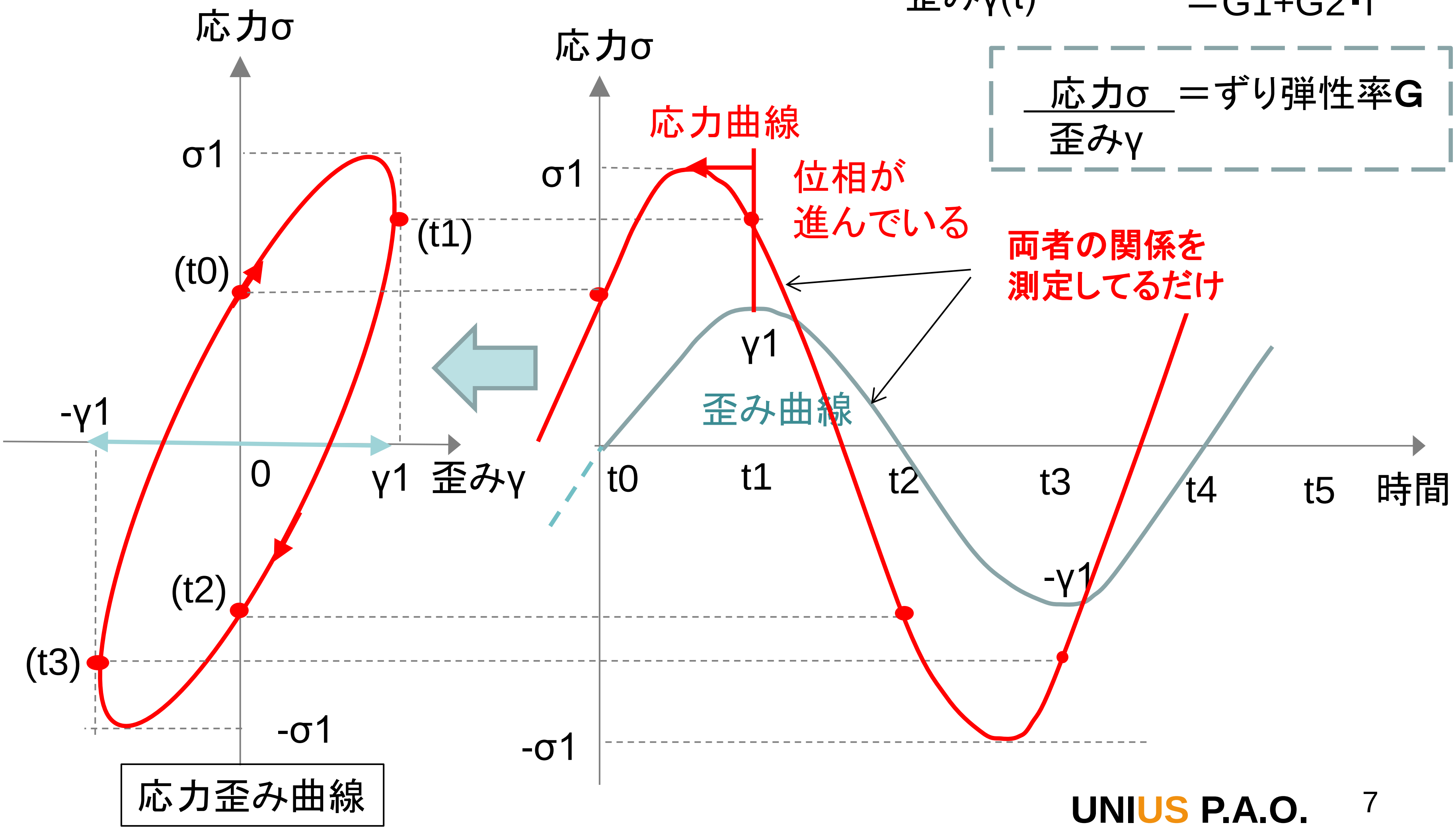


歪みをサイン波で与えた場合(粘弾性体)

粘弾性体の場合

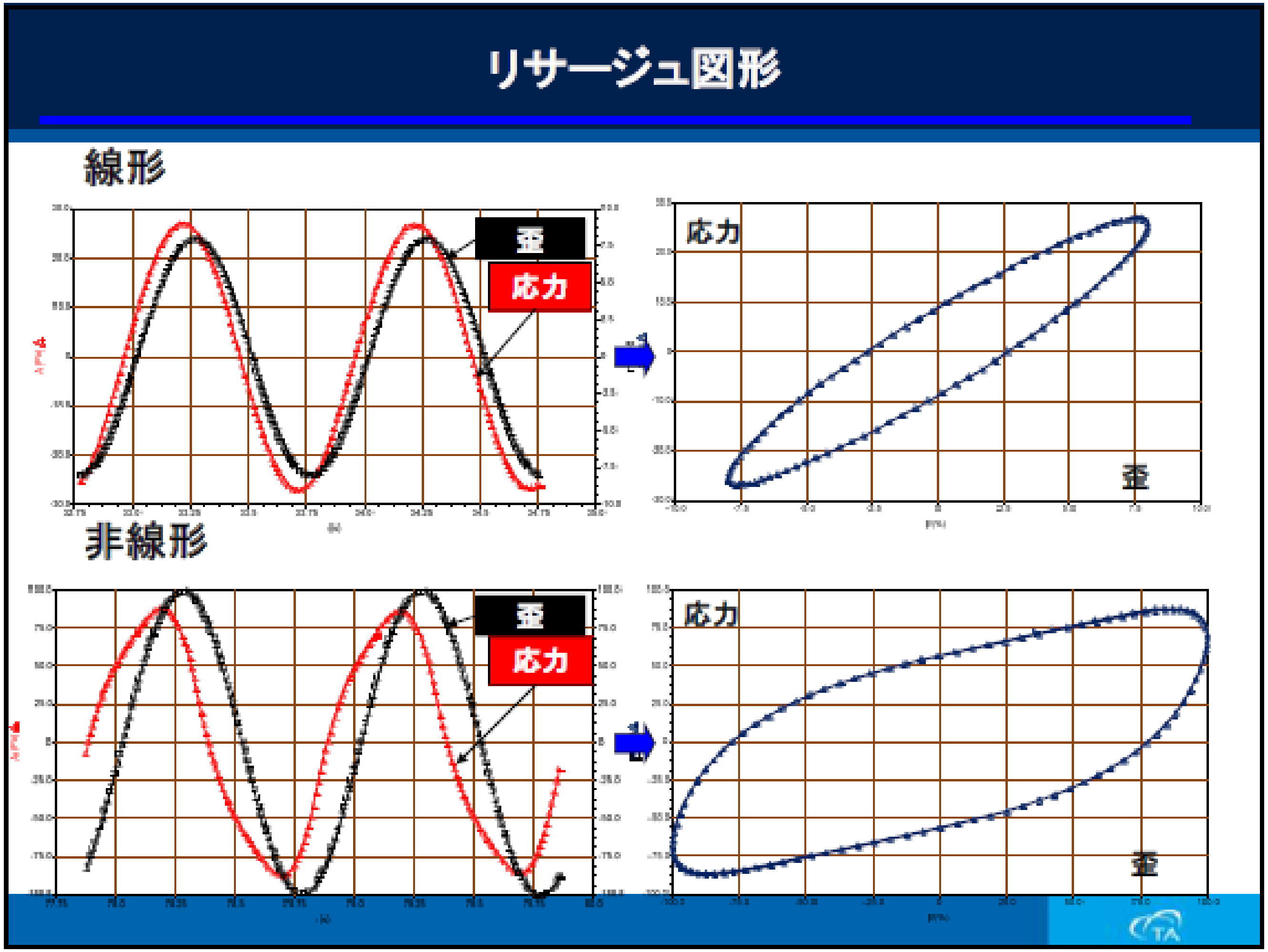
$$\frac{\text{応力}\sigma(t)}{\text{歪み}\gamma(t)} = \text{複素弾性率}\mathbf{G*} = G1 + G2 \cdot i$$

$$\frac{\text{応力}\sigma}{\text{歪み}\gamma} = \text{ずり弾性率}\mathbf{G}$$

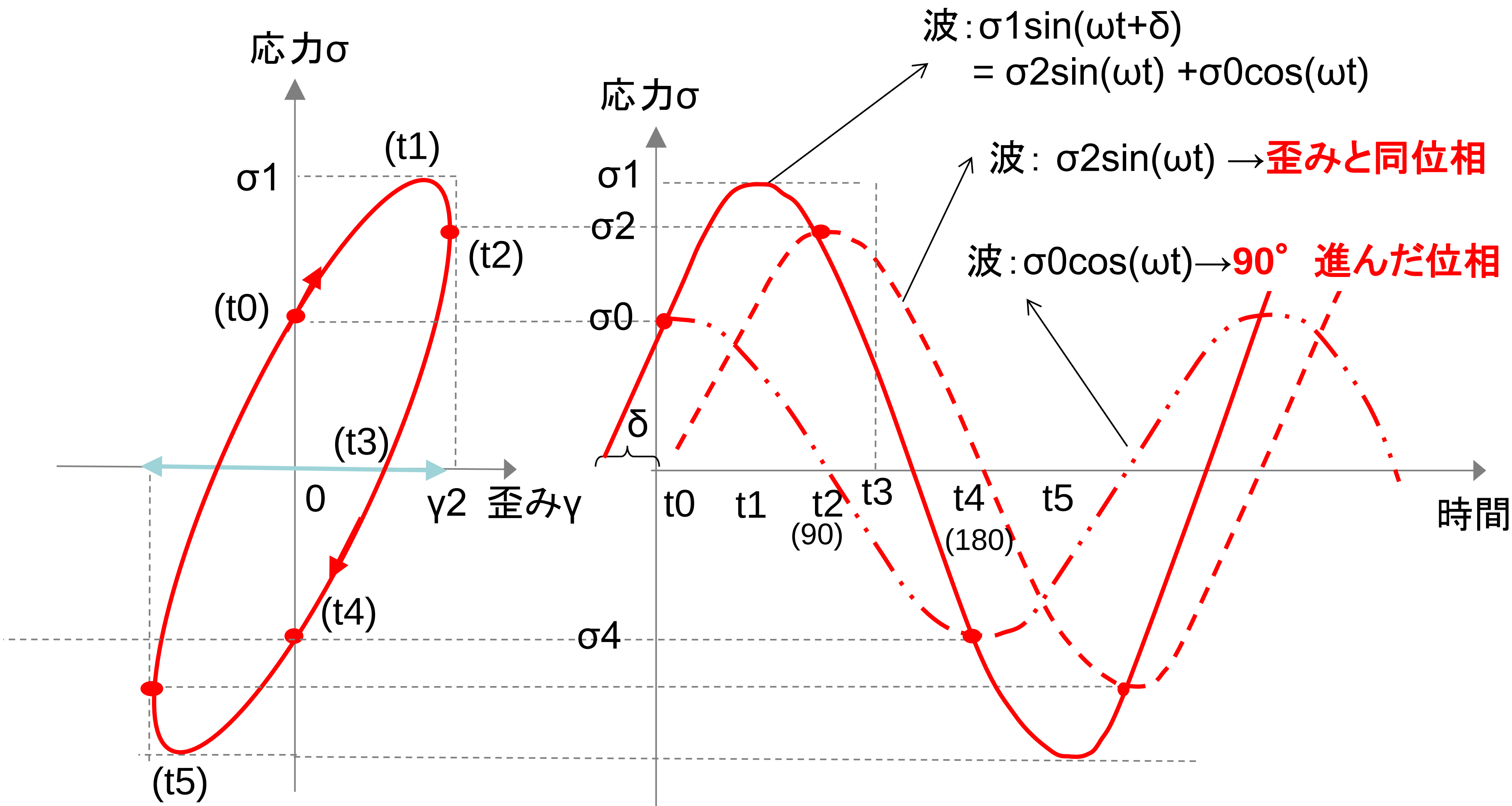


実際の測定結果(粘弾性体)

実際の測定結果



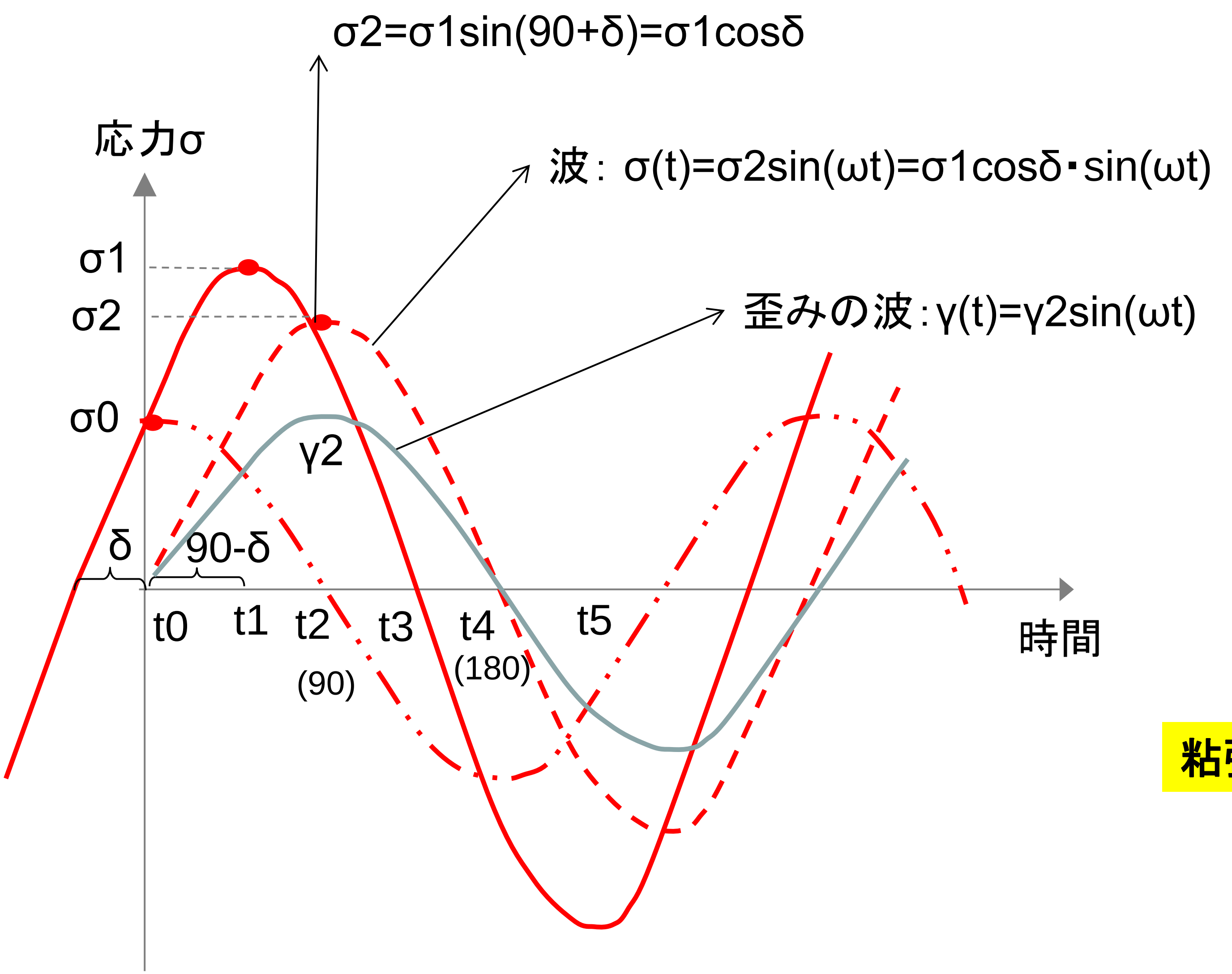
波の分解（粘弾性体）



応力歪み曲線

ωt：周波数1Hzなら1秒に360°

貯蔵弾性率の解析（弾性部分）

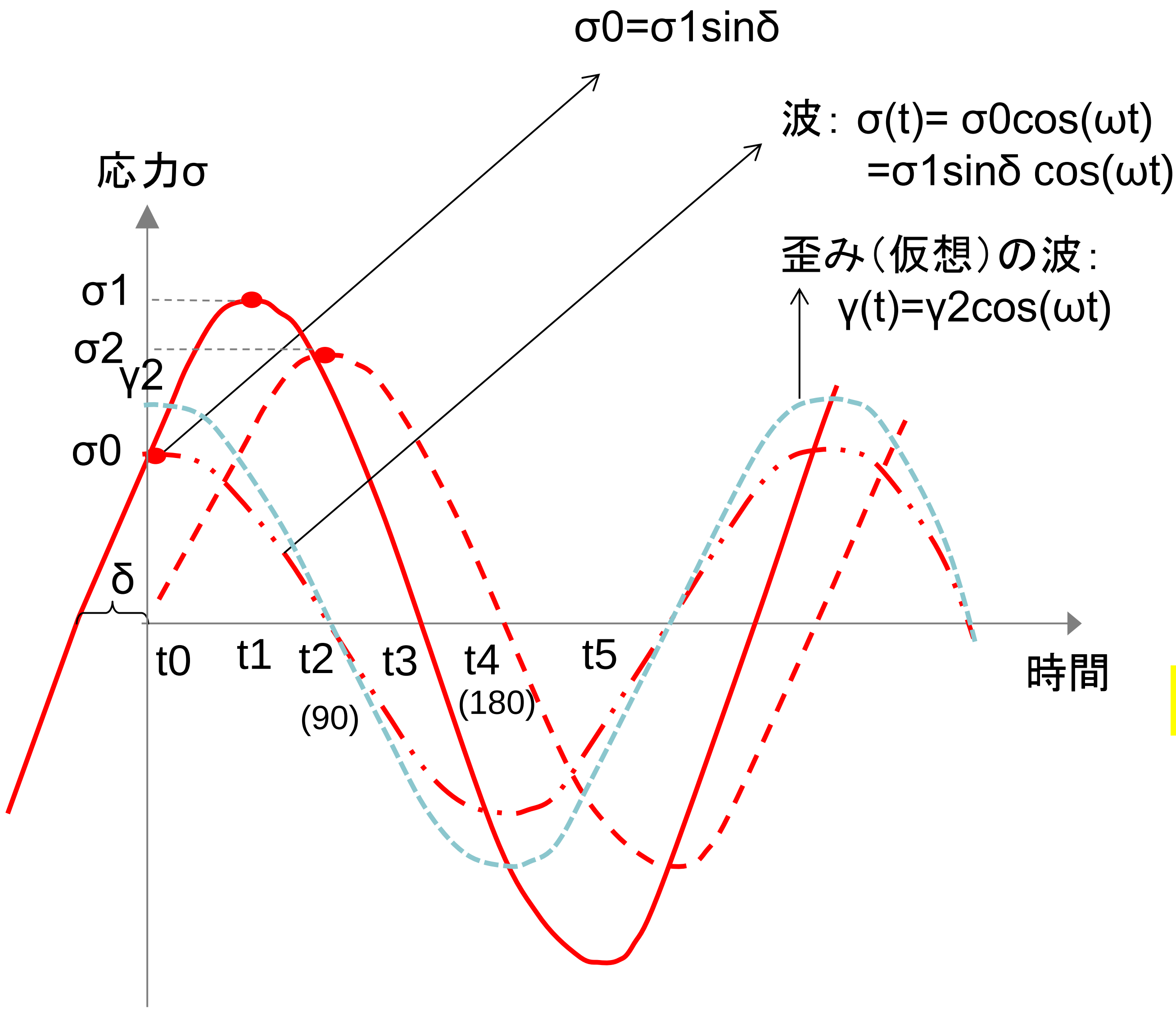


弾性率: σ(t)/γ(t)
=σ2/γ2
=σ1cosδ/γ2

G1:貯蔵（動的）弾性率

粘弾性体の硬さを意味する

損失弾性率の解析（粘性部分）

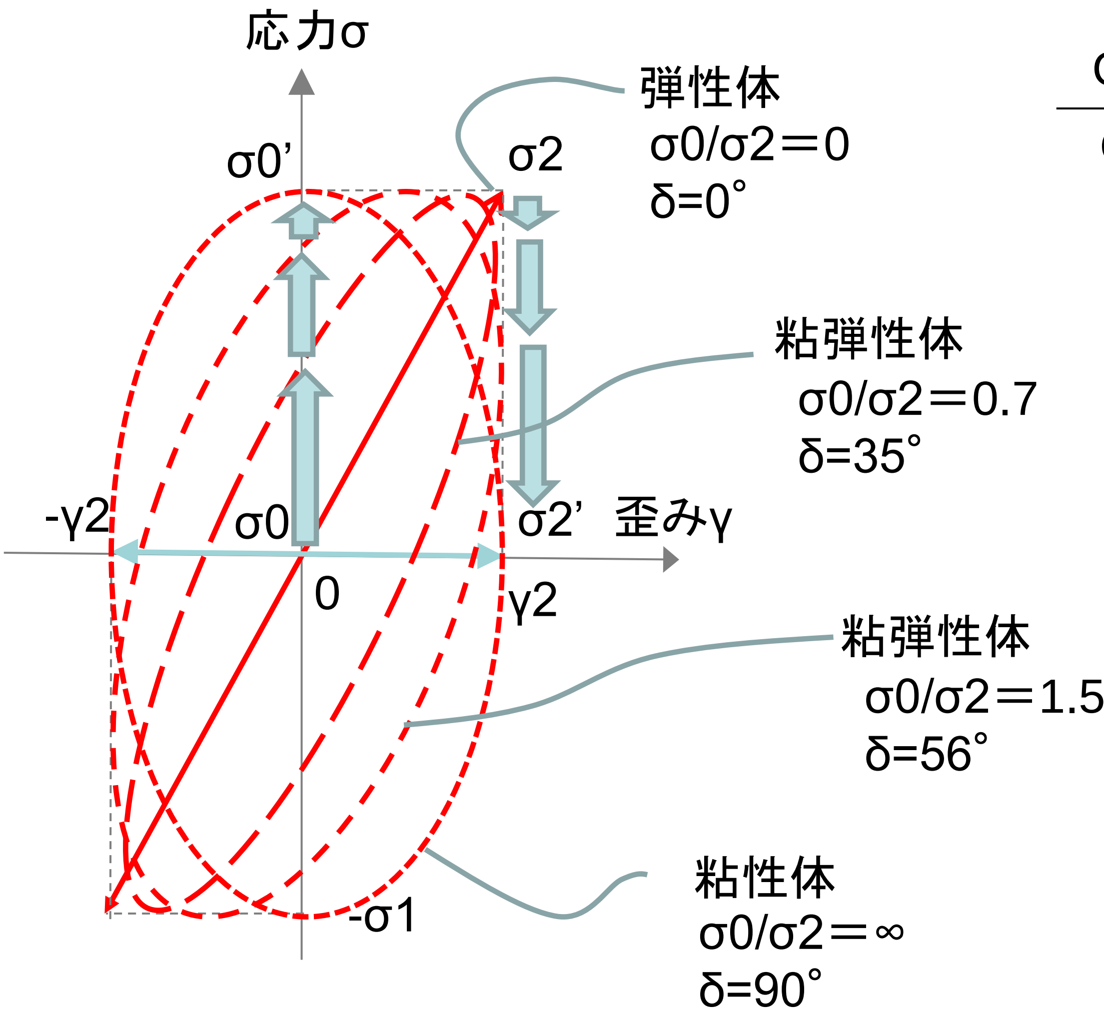


弾性率：σ(t)/γ(t)
=σ0/γ2
=σ1sinδ/γ2

G2：損失弾性率

粘弾性体の粘さを意味する

粘性／弾性比(tanδ)



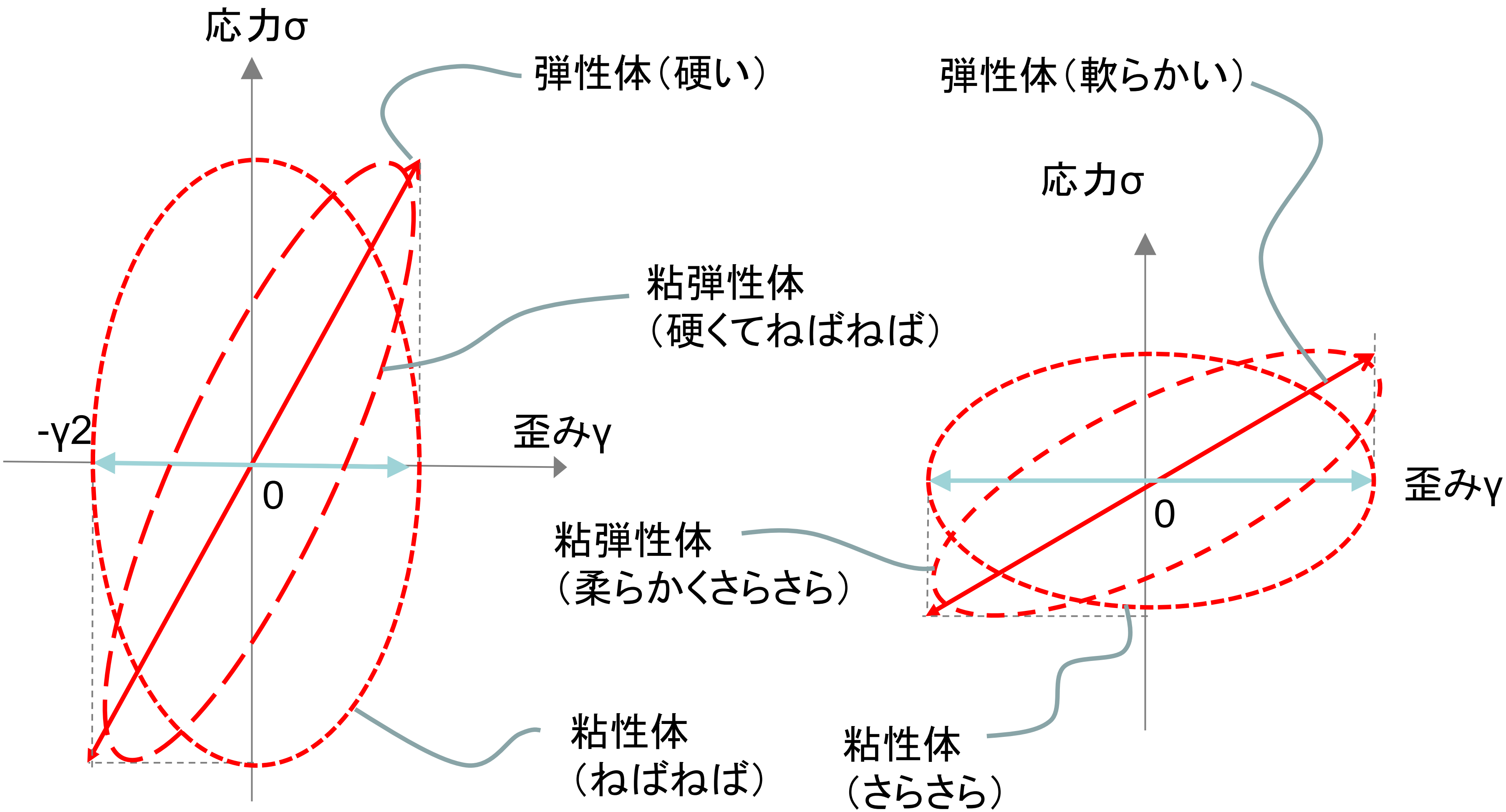
$$\frac{\text{G2: 損失弾性率}}{\text{G1: 貯蔵弾性率}} = \frac{\sigma 0/\gamma 2}{\sigma 2/\gamma 2}$$

$$= \frac{\sigma 1 \sin\delta/\gamma 2}{\sigma 1 \cos\delta/\gamma 2}$$ ＝tanδ

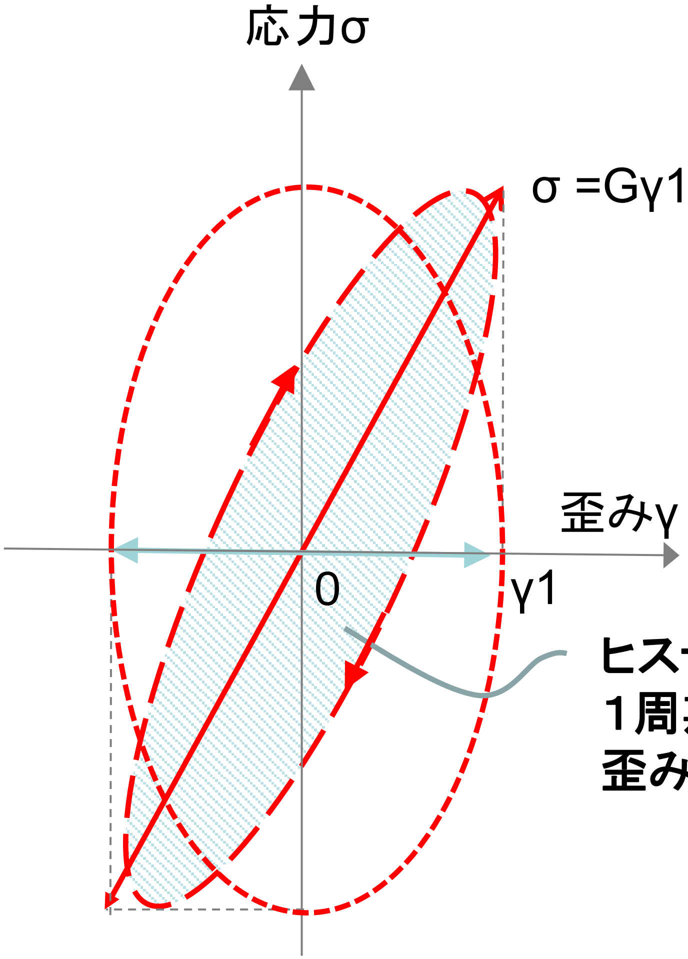
（損失係数、損失正接）

粘性の寄与の度合い

動的応力ー歪み曲線と物性



ヒステリシスロス



粘弾性体

ヒステリシスロス：
１周期で失われる
歪みエネルギー

歪みエネルギーの式

$$\boxed{U = \int \sigma \, d\gamma}$$

弾性体の場合

応力σ＝ずり弾性率**G･**歪みγ

$$\boxed{U = \int G\gamma \, d\gamma} \quad =[G\gamma 1^2/2-0](\gamma=0\sim\gamma 1)$$

･変形した状態では
直線下の直角三角形
･戻すとエネルギー損失
はゼロ
（∵三角形の面積が同じ）

数学的な考察

$$\frac{\text{応力}\sigma(t)}{\text{歪み}\gamma(t)} = \text{複素弾性率}G^{*}$$

測定される応力 : $\sigma(t)=\sigma 1\sin(\omega t+\delta) \quad = \sigma 2\sin(\omega t) + \sigma 0\cos(\omega t)$

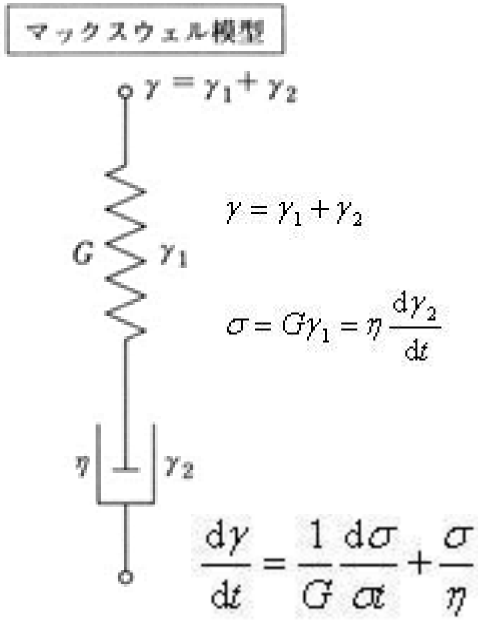
入力される歪みの波 : $\gamma(t)=\gamma 2\sin(\omega t)$

弾性率 : $\sigma(t)/\gamma(t)=\sigma 2/\gamma 2+\sigma 0/\gamma 2 \cdot \cos(\omega t)/\sin(\omega t)$

これを定数にするために　　$e^{i\theta}=\cos\theta+i\cdot\sin\theta$

入力される歪みの波 : $\gamma(t)=\gamma 2(\cos(\omega t)+i\cdot\sin(\omega t))=\gamma 2\, e^{i\omega t}$

出力される応力の波 : $\sigma(t)= \sigma 1^{*}(\cos(\omega t)+i\cdot\sin(\omega t))=\sigma 1^{*}\, e^{i\omega t}$



$$\frac{\text{応力}\sigma(t)}{\text{歪み}\gamma(t)} = \text{複素弾性率}G^{*} \quad = \sigma 1^{*}/\gamma 2 = G1+i\cdot G2$$

$\sigma 1^{*}$: 複素応力

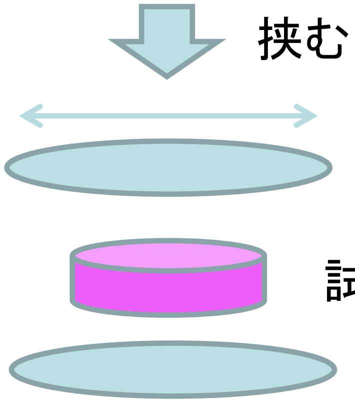
損失弾性率
$=\sigma 0/\gamma 2$
$=\sigma 1\sin\delta/\gamma 2$
$=G\omega\tau/(1+\omega^2\tau^2)$

貯蔵弾性率$=\sigma 2/\gamma 2=\sigma 1\cos\delta/\gamma 2$
$=G\omega^2\tau^2/(1+\omega^2\tau^2)$

（τ : 緩和時間）

まとめ

測定：応力曲線と歪み曲線の両者の関係を測定してるだけ



G1：貯蔵弾性率	歪み曲線と同位相の成分から求めた**粘弾性体の硬さ**
G2：損失弾性率	**90°位相の進んだ成分から求めた粘弾性体の粘さ**
G2/G1＝tanδ	粘性の寄与の度合い

複素弾性率**G＊**＝G1+G2･i

因みに、tanδがピークとなる温度がTgに相当する

<u>明細書の記載例</u>

測定装置は、動的粘弾性測定**装置**（RSAn、Reometric　Scientific　社製）を用いて測定される。測定条件は、シートを**縦10mm×横5mm**に切断し、**引張モード**で、一定の**周波数**（10Hz）で、**温度**を10℃／分で昇温させ、30～280℃での測定を行い、その80～250℃での貯蔵弾性率を決定した。

･･･歪み幅も記載すべき

以上で説明会を終わります。