



貯蔵弾性率等の説明

Kouichi KAJISAKI

UNIUS PAT. ATTORNEYS OFFICE

2013.7.18

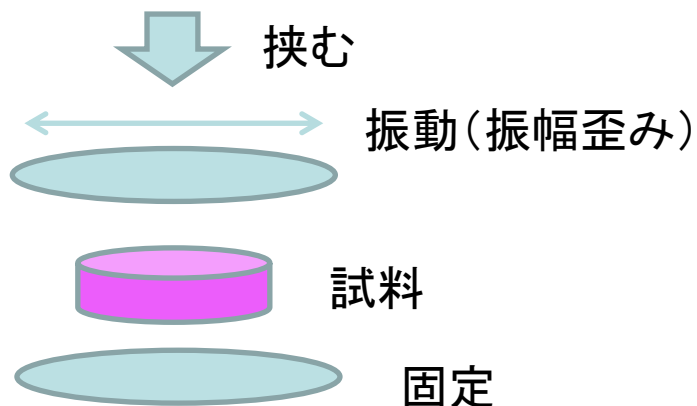


なぜだろう

- 物性なのに、なぜ複素数が出てくるの？
- 虚数部分をどうやって計るの？
- 力学にどうして角度 ($\tan\delta$) が出てくるの？
- 解説を読んでも、イマイチ分からない。



粘弾性の測定方法(イメージ)



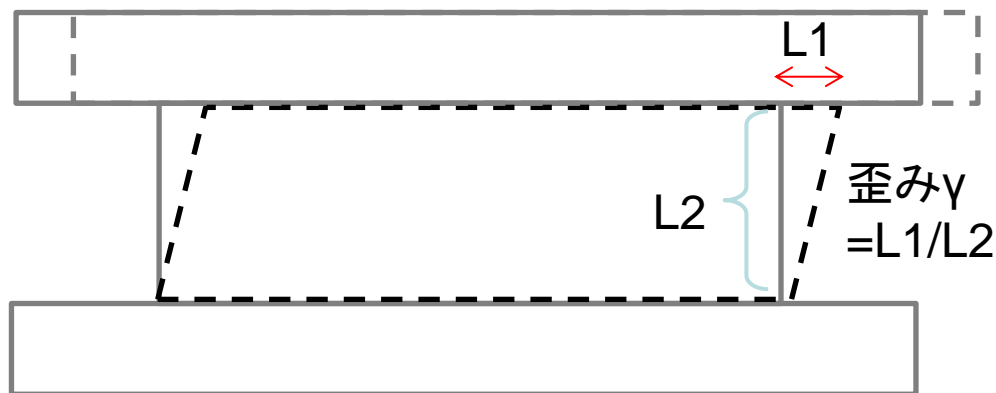
引張(たて)弾性率(ヤング率)

応力 σ = 引張弾性率 E × 歪み γ

$$\frac{\text{応力}\sigma}{\text{歪み}\gamma} = \text{引張弾性率}E$$

弾性体の場合

応力 σ (力/面積)



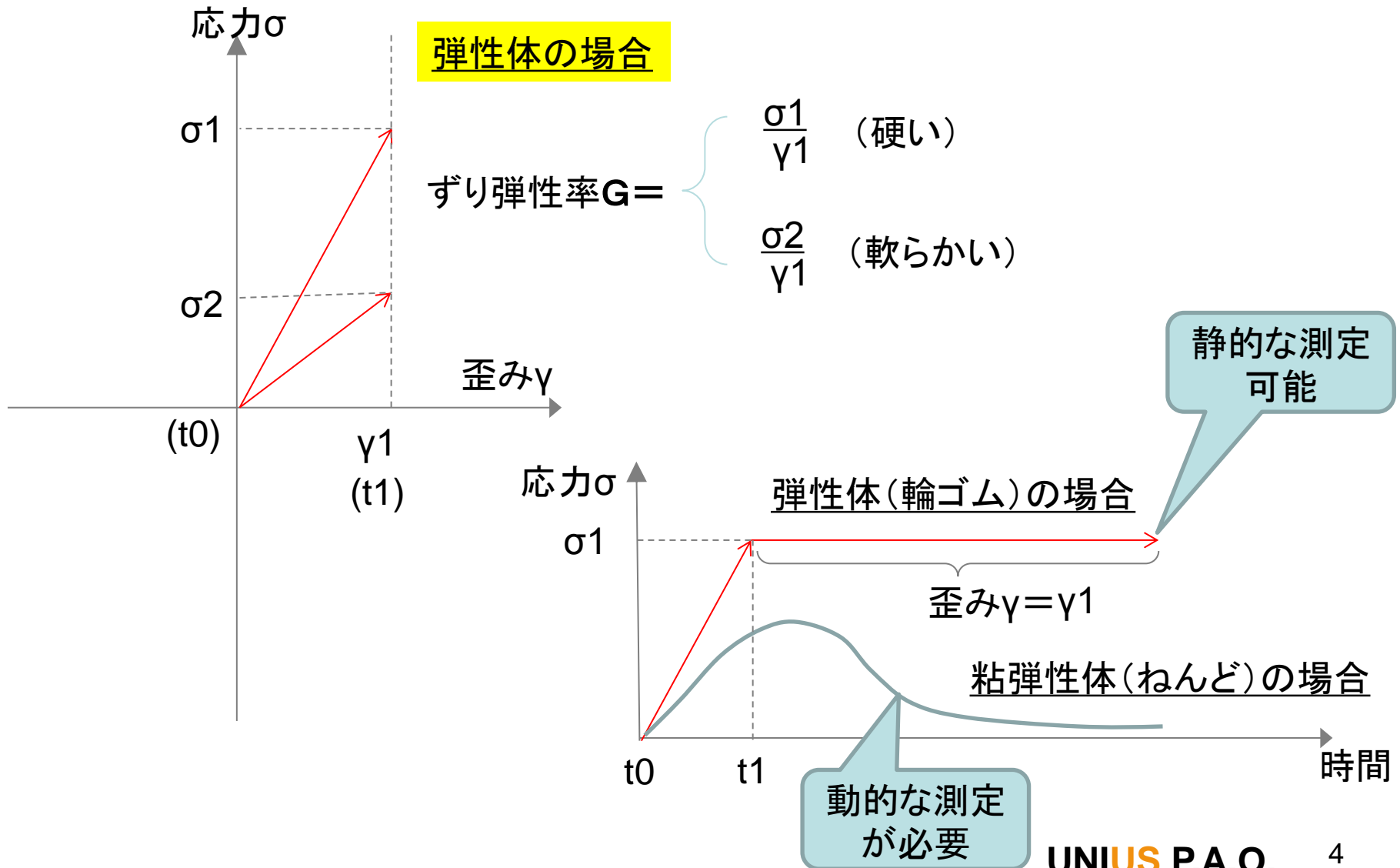
ずり(よこ、剪断)弾性率

応力 σ = ずり弾性率 G × 歪み γ
 (MPa) (MPa) (—)

$$\frac{\text{応力}\sigma}{\text{歪み}\gamma} = \text{ずり弾性率}G$$

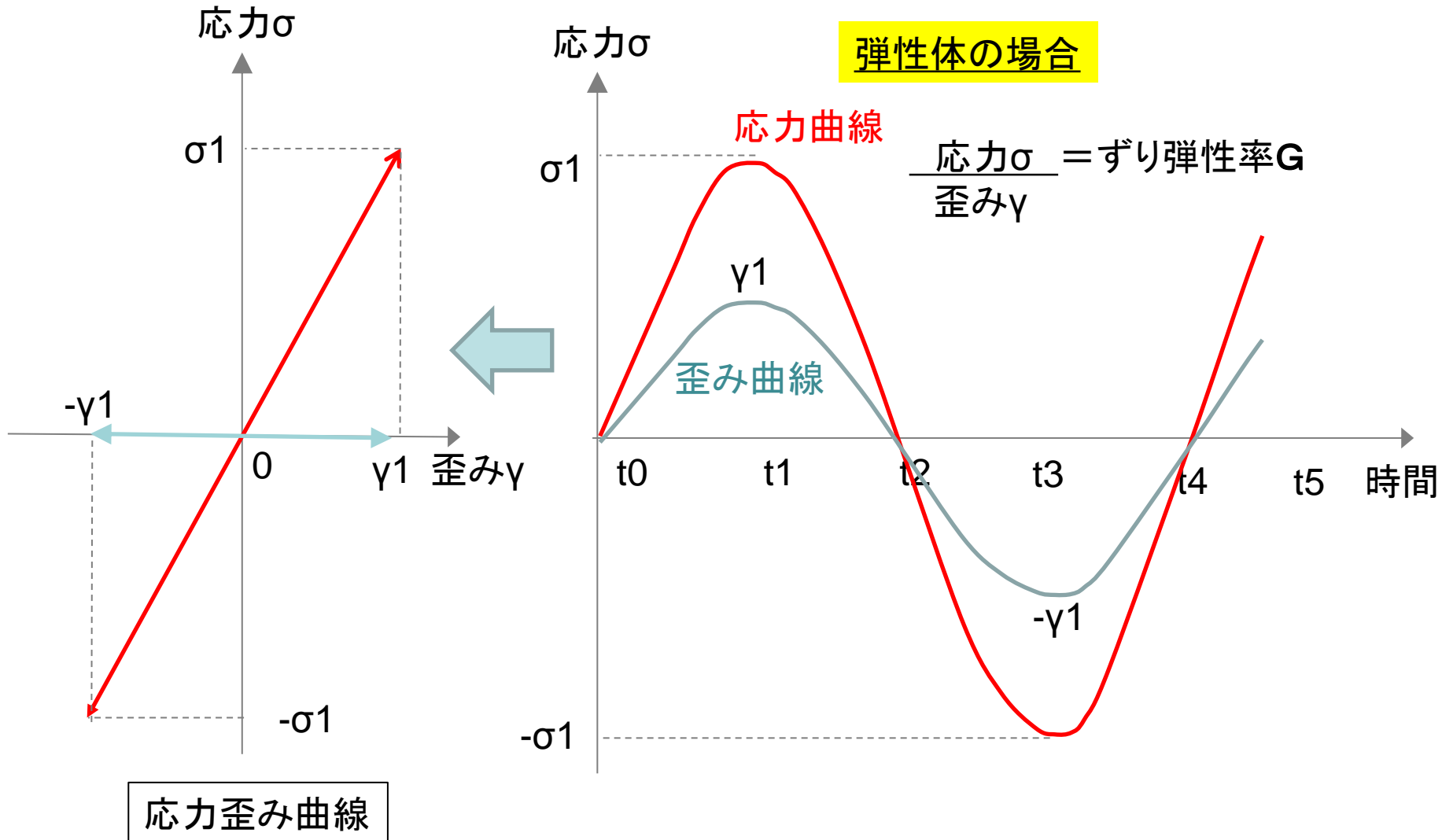


応力・歪みと時間の関係





歪みをサイン波で与えた場合（弾性体）



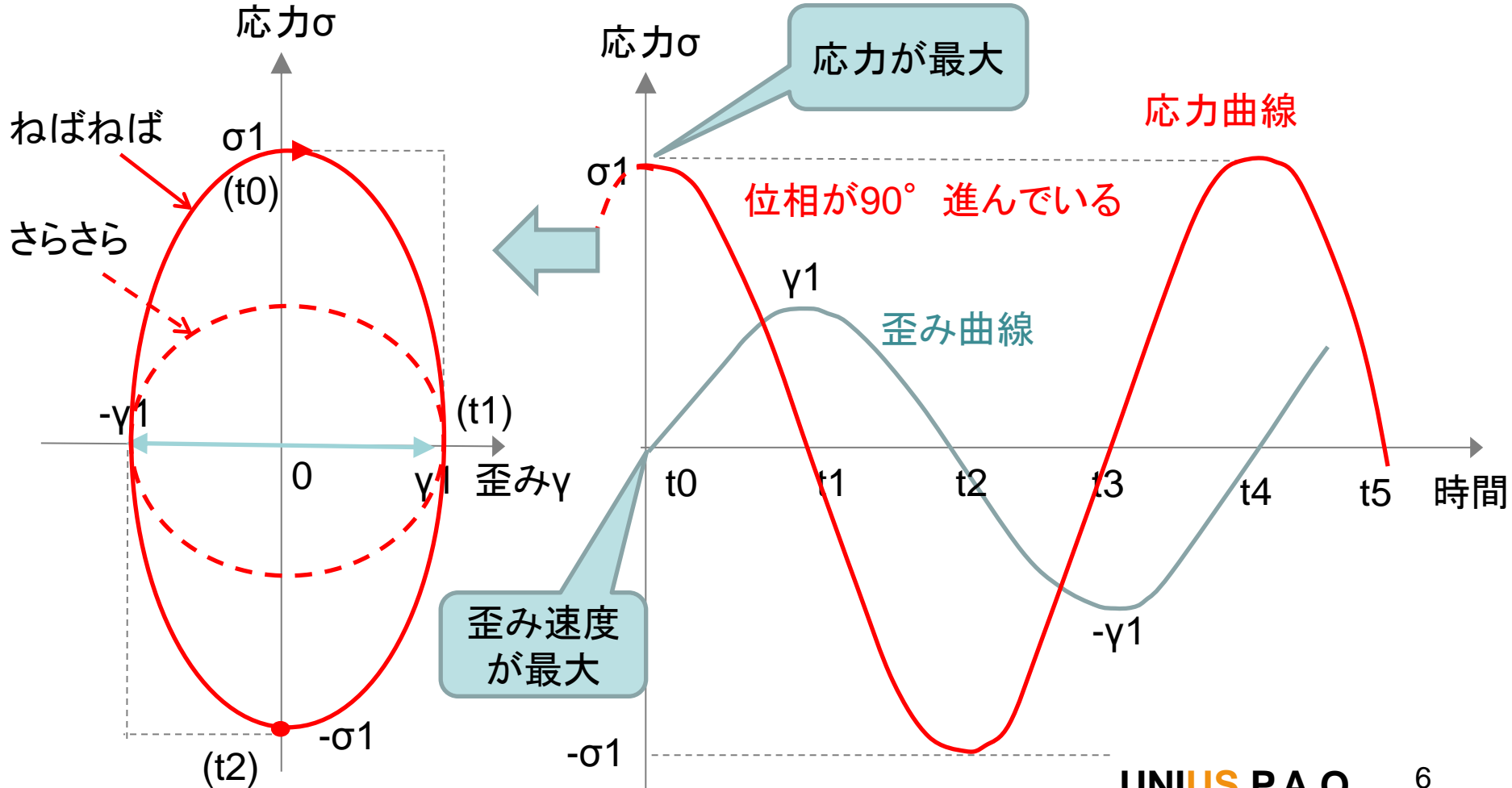


歪みをサイン波で与えた場合（粘性体）

粘性体の場合

$$\text{応力}\sigma = \text{粘性率}\eta \times \text{歪み速度}dy/dt$$

応力歪み曲線



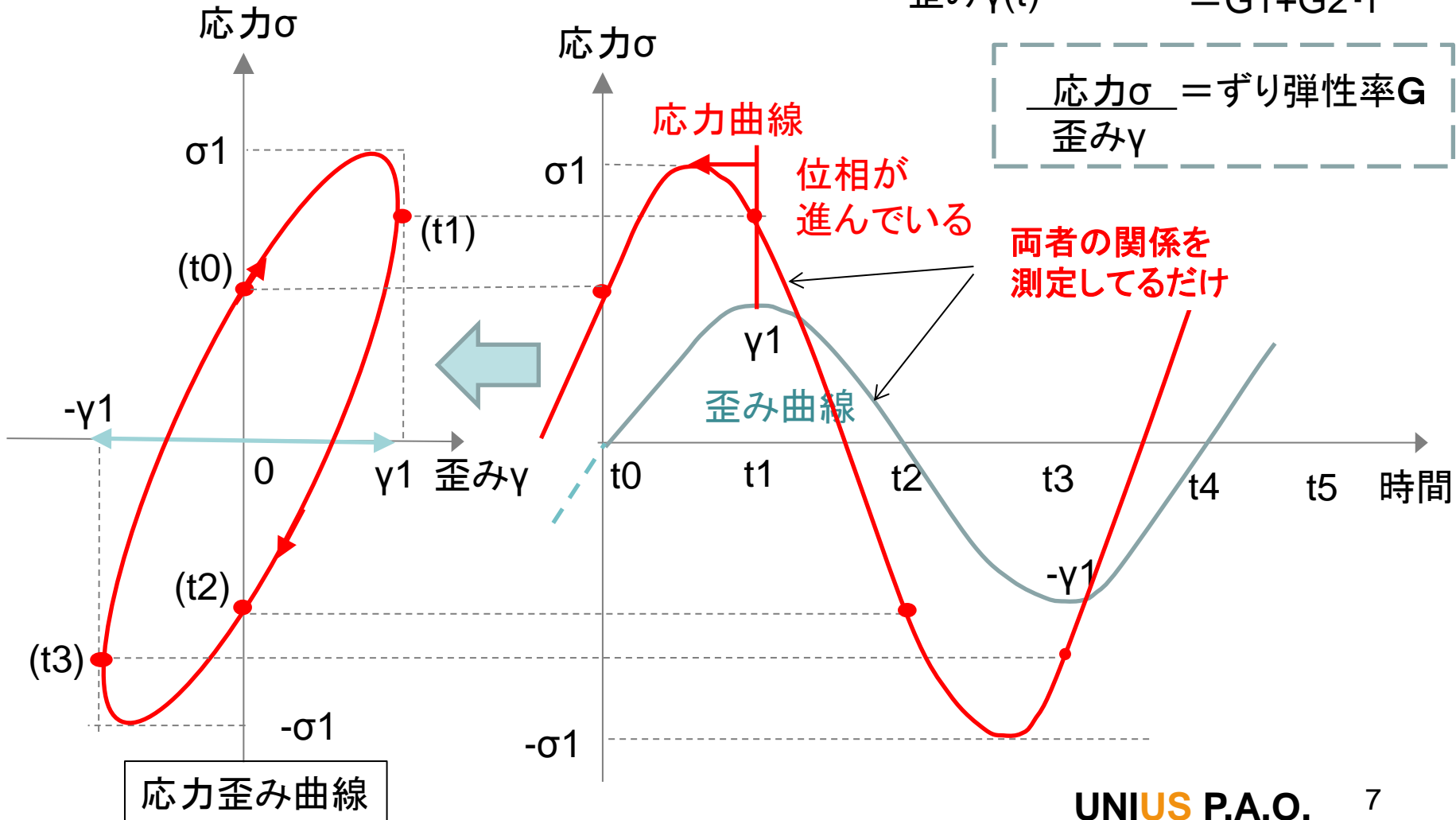


歪みをサイン波で与えた場合(粘弾性体)

粘弾性体の場合

$$\frac{\text{応力}\sigma(t)}{\text{歪み}\gamma(t)} = \text{複素弾性率}G^* = G_1 + G_2 \cdot i$$

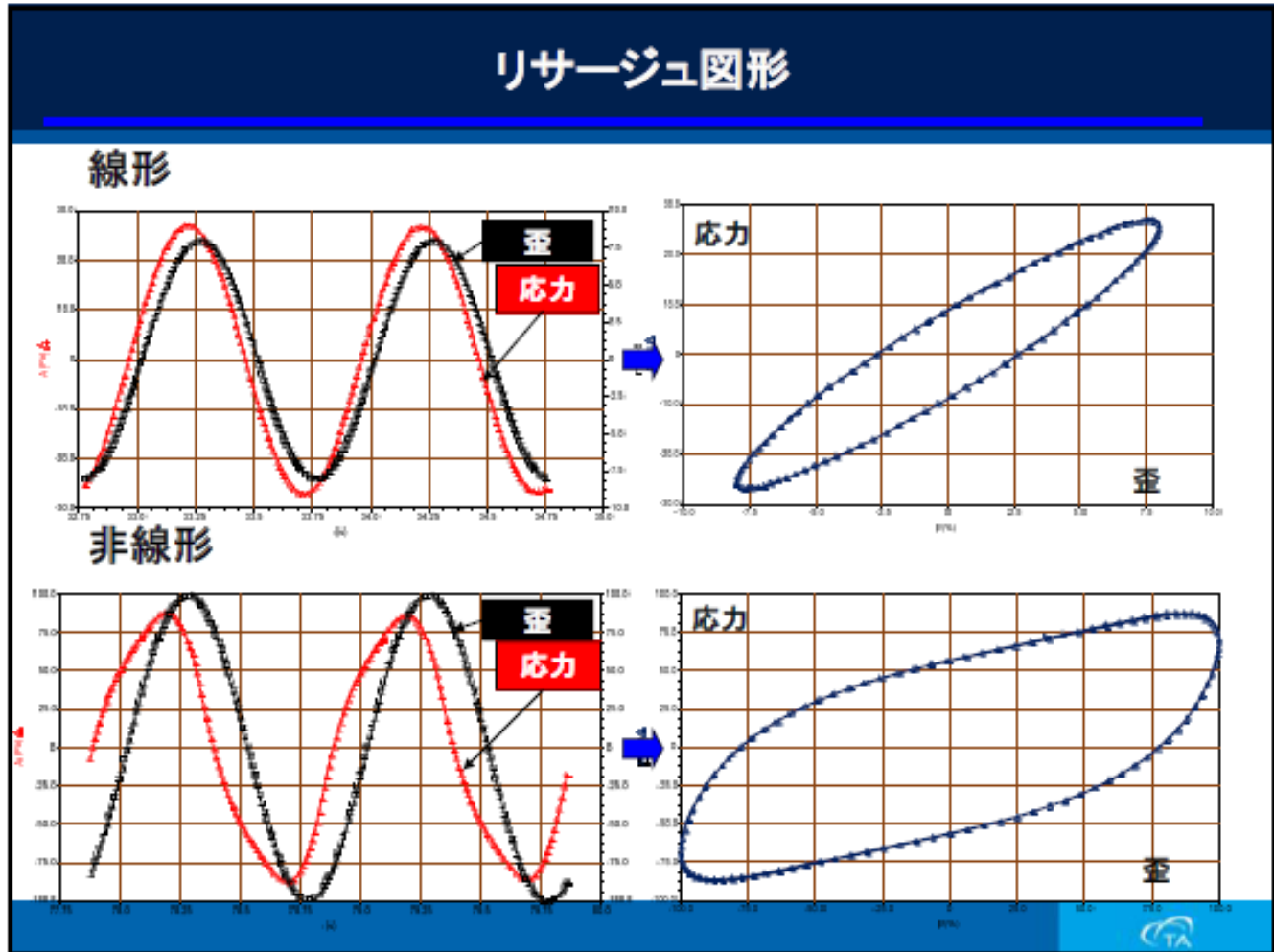
$$\frac{\text{応力}\sigma}{\text{歪み}\gamma} = \text{ずり弾性率}G$$





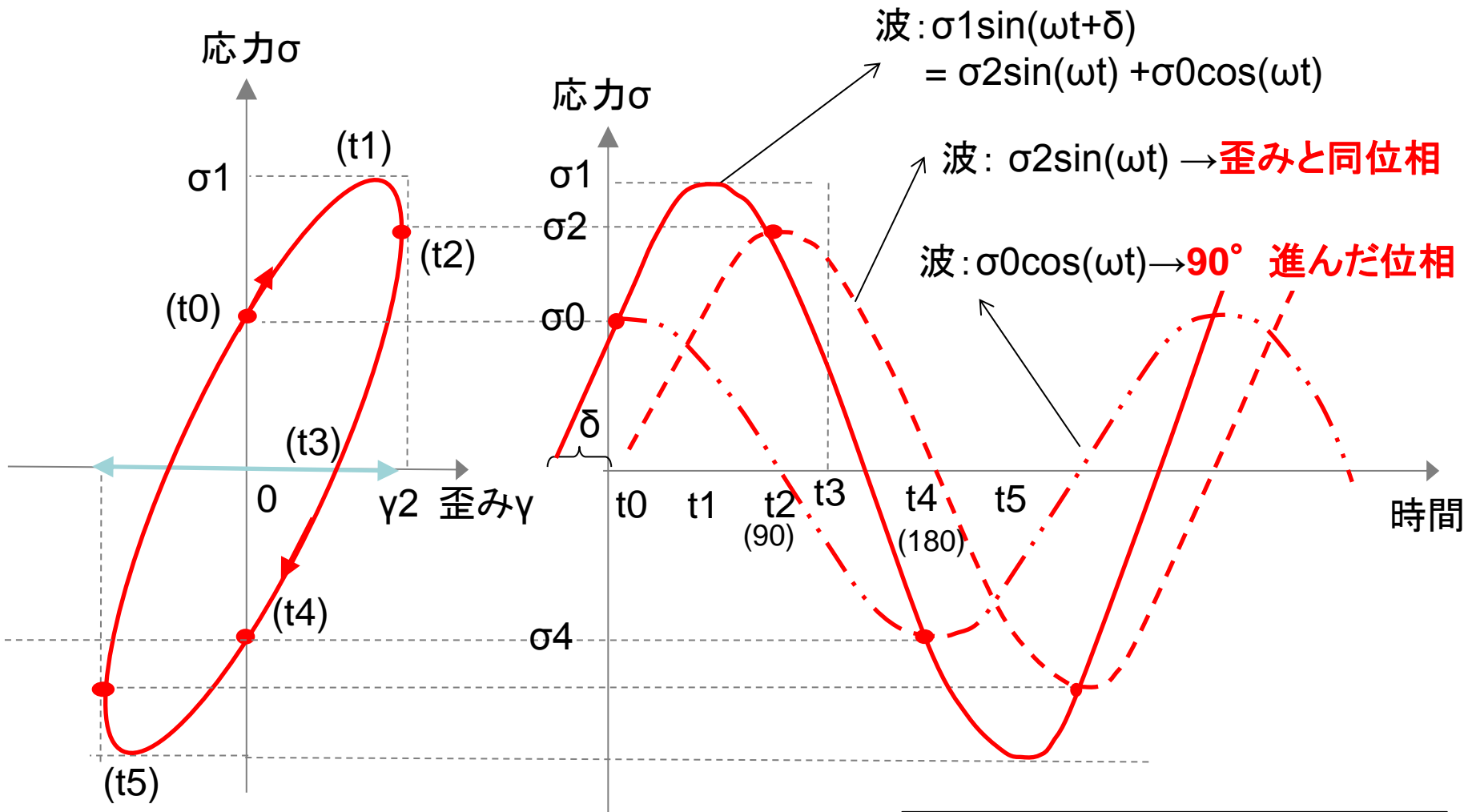
実際の測定結果(粘弾性体)

実際の測定結果





波の分解 (粘弾性体)

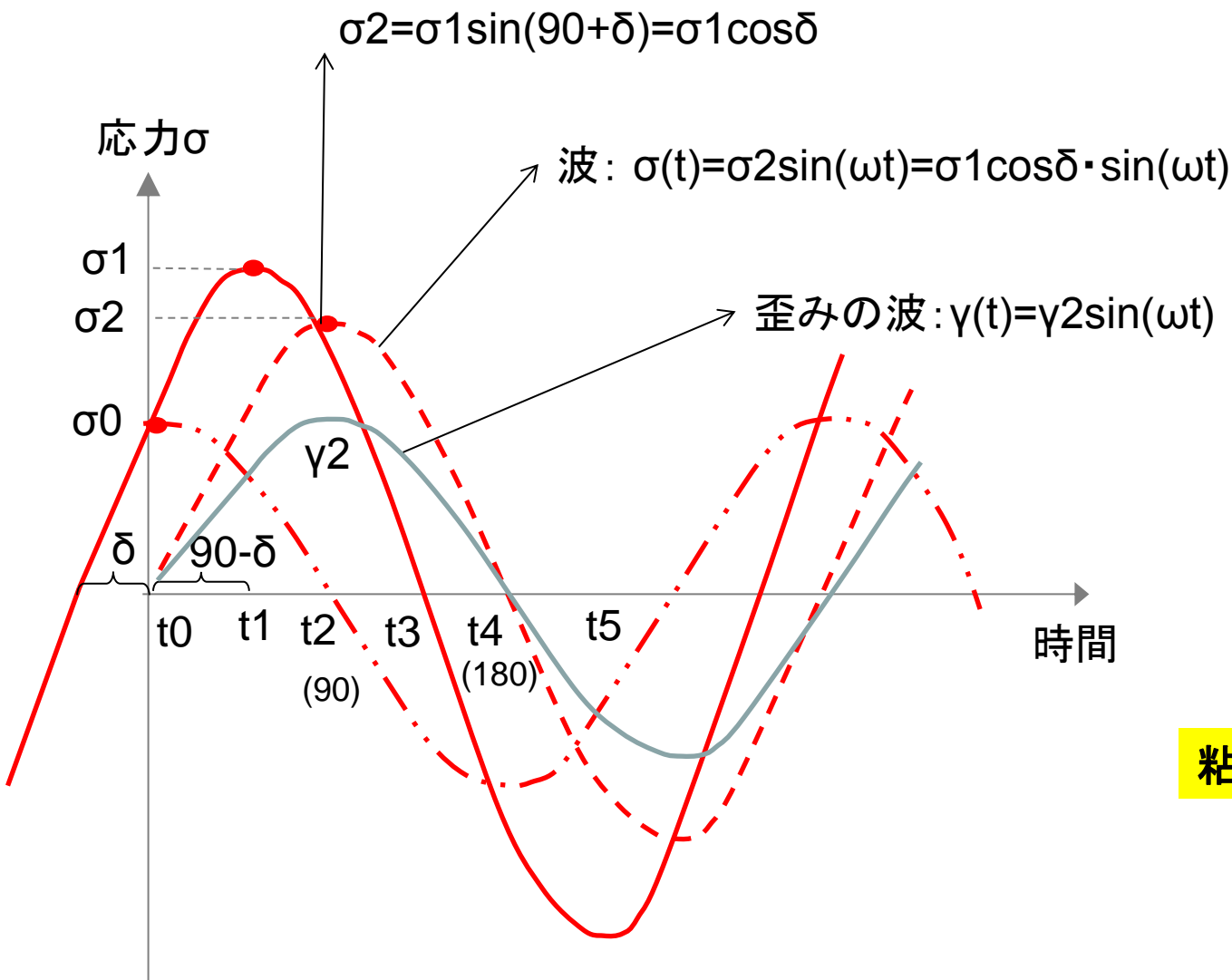


応力歪み曲線

ωt : 周波数 1Hz なら 1秒に 360°



貯蔵弾性率の解析(弾性部分)



$$\begin{aligned} \text{弾性率: } \sigma(t)/\gamma(t) &= \sigma_2/\gamma_2 \\ &= \sigma_1 \cos \delta / \gamma_2 \end{aligned}$$



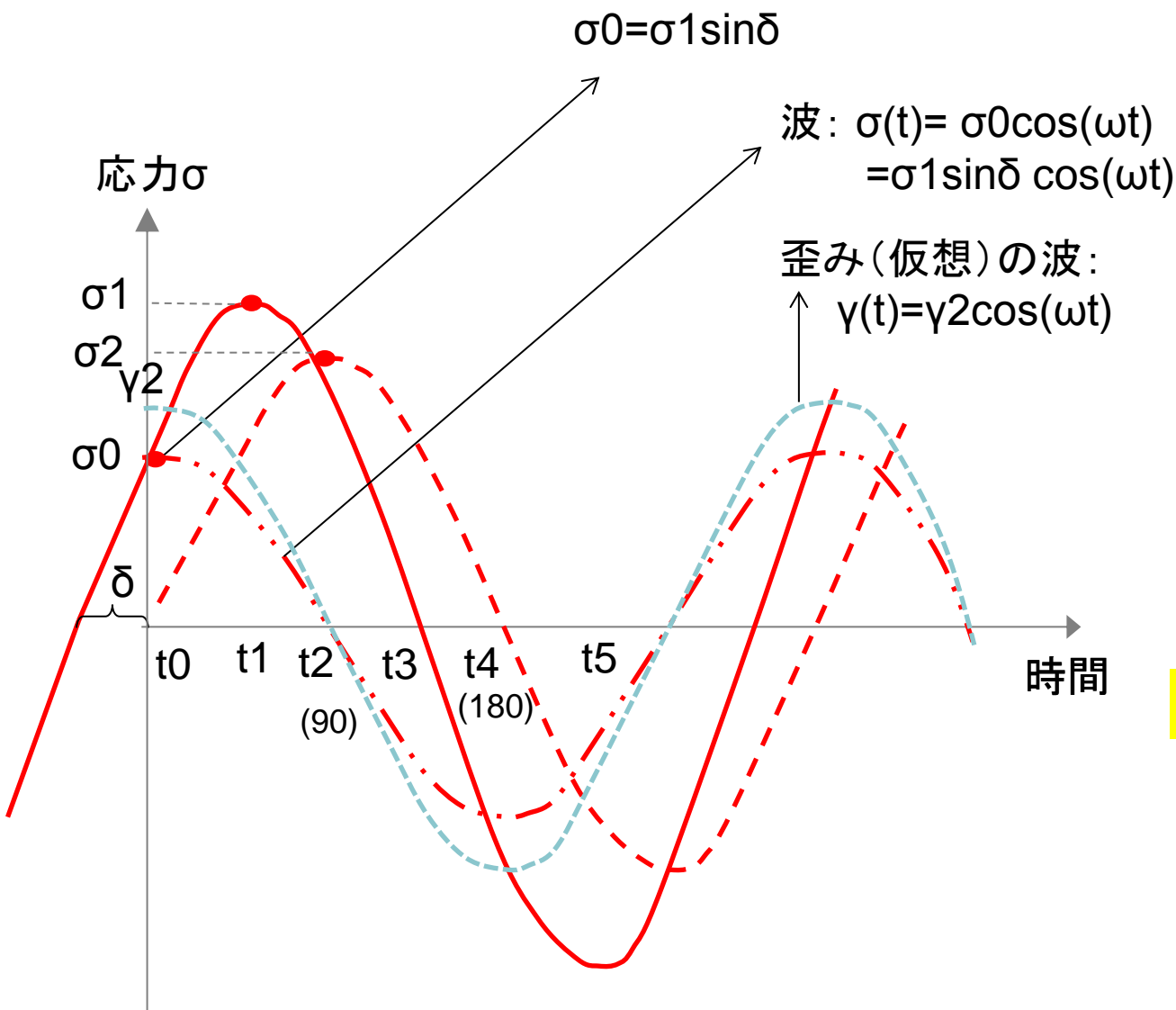
G1: 貯蔵(動的)弾性率



粘弾性体の硬さを意味する



損失弾性率の解析(粘性部分)



$$\left. \begin{aligned} \text{弾性率: } \sigma(t)/\gamma(t) \\ = \sigma_0/\gamma_2 \\ = \sigma_1 \sin \delta / \gamma_2 \end{aligned} \right\}$$



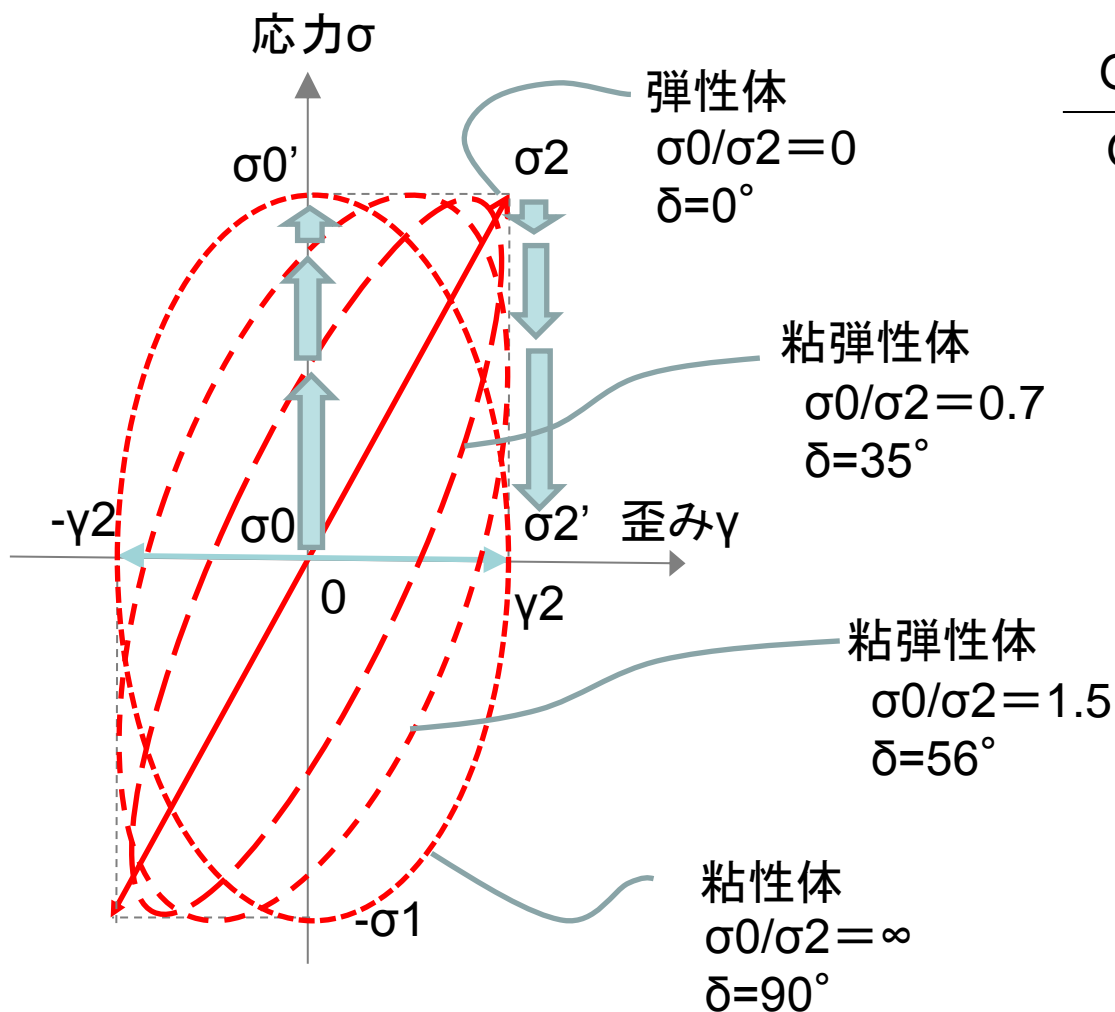
G2: 損失弾性率



粘弾性体の粘さを意味する



粘性／弾性比($\tan\delta$)



$$\frac{G_2: \text{損失弾性率}}{G_1: \text{貯蔵弾性率}} = \frac{\sigma_0/\gamma_2}{\sigma_2/\gamma_2}$$

$$= \frac{\sigma_1 \sin\delta/\gamma_2}{\sigma_1 \cos\delta/\gamma_2} = \tan\delta$$

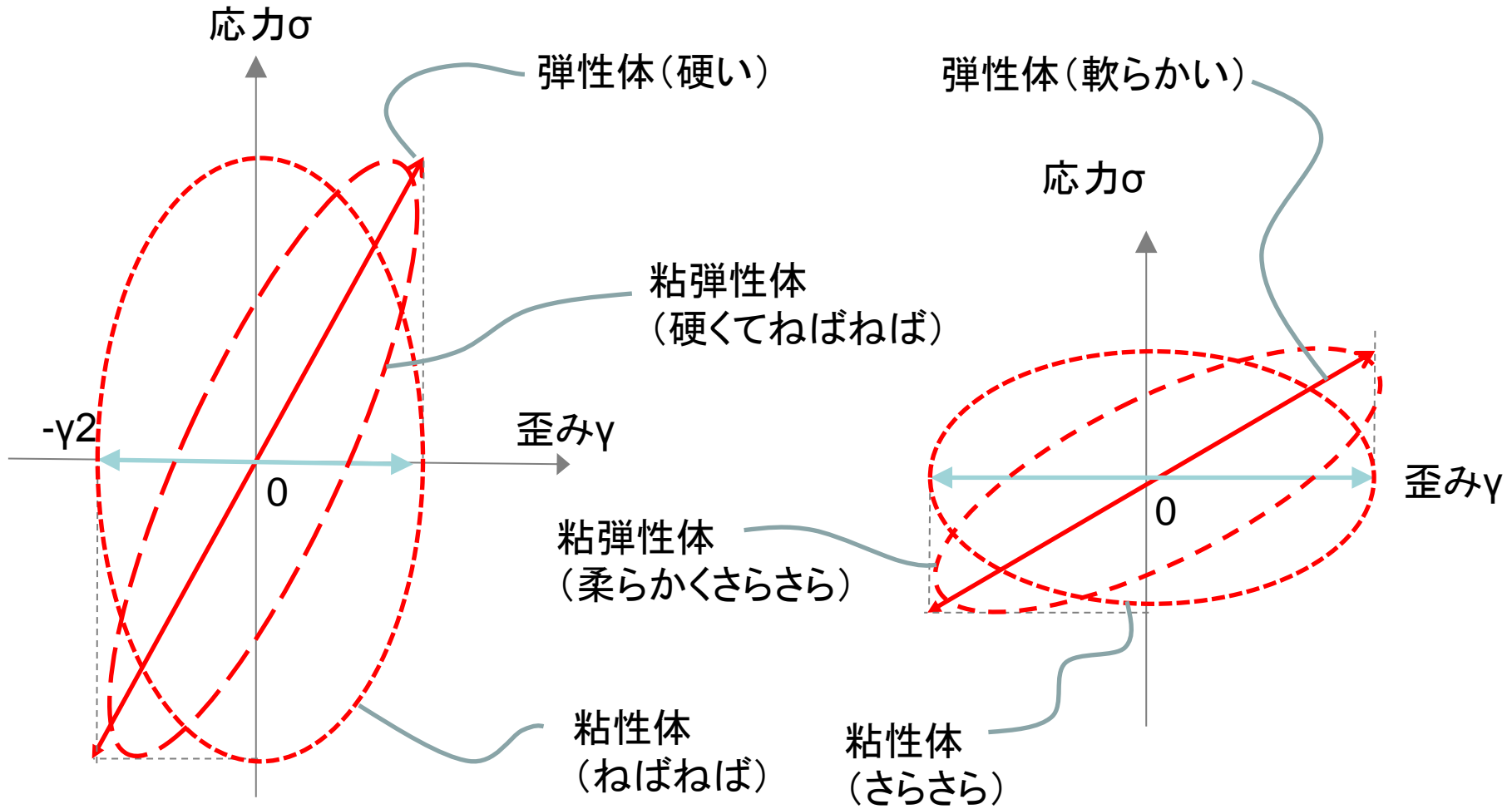
(損失係数、損失正接)



粘性の寄与
の度合い

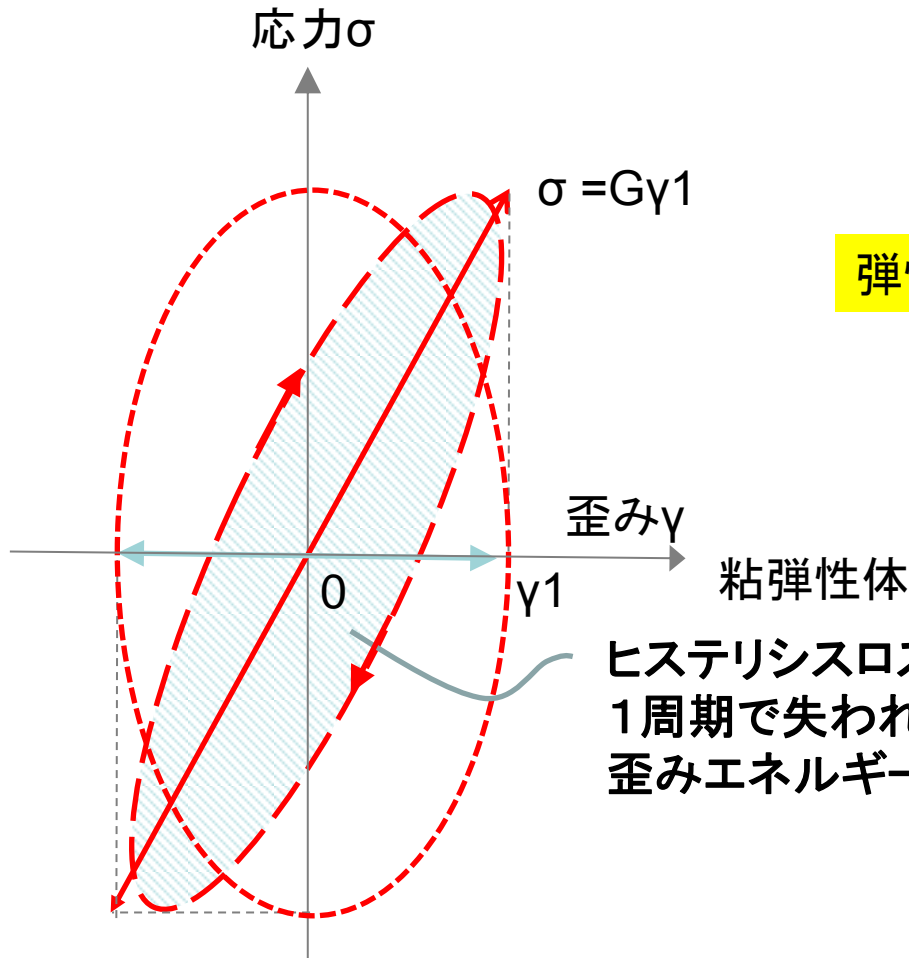


動的応力-歪み曲線と物性





ヒステリシスロス



歪みエネルギーの式

$$U = \int \sigma \, d\gamma$$

弾性体の場合

応力σ=ずり弾性率G・歪みγ

$$U = \int G\gamma \, d\gamma = [G\gamma^2/2 - 0](\gamma=0 \sim \gamma_1)$$



- ・変形した状態では直線下の直角三角形
- ・戻すとエネルギー損失はゼロ
- (∵ 三角形の面積が同じ)



数学的な考察

$$\frac{\text{応力}\sigma(t)}{\text{歪み}\gamma(t)} = \text{複素弾性率}\mathbf{G} *$$

$$\text{測定される応力: } \sigma(t) = \sigma_1 \sin(\omega t + \delta) = \sigma_2 \sin(\omega t) + \sigma_0 \cos(\omega t)$$

$$\text{入力される歪みの波: } \gamma(t) = \gamma_2 \sin(\omega t)$$

$$\text{弾性率: } \sigma(t)/\gamma(t) = \sigma_2/\gamma_2 + \sigma_0/\gamma_2 \cdot \cos(\omega t)/\sin(\omega t)$$

$$\text{これを定数にするために} \quad \Downarrow \quad e^{i\theta} = \cos\theta + i \cdot \sin\theta$$

$$\text{入力される歪みの波: } \gamma(t) = \gamma_2 (\cos(\omega t) + i \cdot \sin(\omega t)) = \gamma_2 e^{i\omega t}$$

$$\text{出力される応力の波: } \sigma(t) = \sigma_1^* (\cos(\omega t) + i \cdot \sin(\omega t)) = \sigma_1^* e^{i\omega t}$$

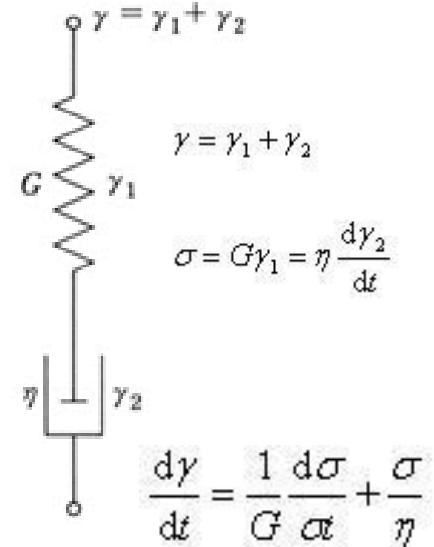
$$\frac{\text{応力}\sigma(t)}{\text{歪み}\gamma(t)} = \text{複素弾性率}\mathbf{G} * = \sigma_1^* / \gamma_2 = G_1 + i \cdot G_2$$

σ_1^* : 複素応力

$$\begin{aligned} \text{貯蔵弾性率} &= \sigma_2/\gamma_2 = \sigma_1 \cos\delta / \gamma_2 \\ &= G \omega^2 \tau^2 / (1 + \omega^2 \tau^2) \end{aligned}$$

(τ : 緩和時間)

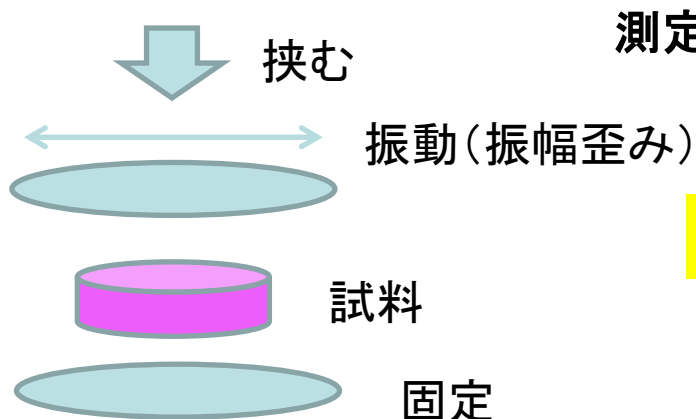
マックスウェル模型



$$\begin{aligned} \text{損失弾性率} &= \sigma_0/\gamma_2 \\ &= \sigma_1 \sin\delta / \gamma_2 \\ &= G \omega \tau / (1 + \omega^2 \tau^2) \end{aligned}$$



まとめ



測定: 応力曲線と歪み曲線の両者の関係を測定してるだけ

G1: 貯蔵弾性率

歪み曲線と同位相の成分から求めた粘弾性体の硬さ

G2: 損失弾性率

90° 位相の進んだ成分から求めた粘弾性体の粘さ

複素弾性率 $G^* = G1 + G2 \cdot i$

$G2/G1 = \tan\delta$

粘性の寄与の度合い

明細書の記載例

因みに、 $\tan\delta$ がピークとなる温度が T_g に相当する

測定装置は、動的粘弾性測定装置(RSAn、Reometric Scientific 社製)を用いて測定される。測定条件は、シートを縦10mm×横5mmに切断し、引張モードで、一定の周波数(10Hz)で、温度を10°C/分で昇温させ、30~280°Cでの測定を行い、その80~250°Cでの貯蔵弾性率を決定した。

・・・歪み幅も記載すべき



以上で説明会を終わります。